La mécanique de Newton

I. Rappels

1) Généralités

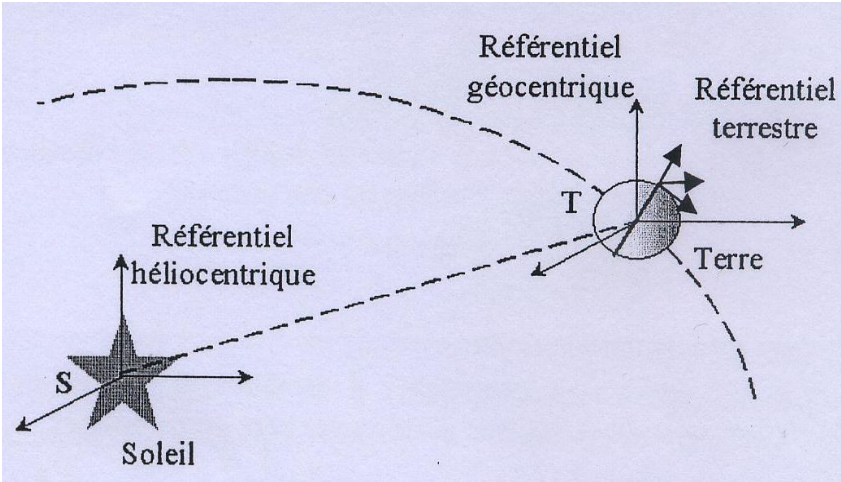
- **Système :** c'est l'objet dont on étudie le mouvement par rapport à un référentiel.

- **Référentiel :** C'est l'objet de référence, dans lequel le système évolue, on y étudie sa trajectoire, sa vitesse et on en déduit son mouvement.

- **Repère :** Il est lié au référentiel pour permettre l'écriture de l'équation de la trajectoire du mouvement du système, ou plus exactement du mouvement du centre d'inertie du système.

- **Centre d'inertie :** barycentre du système (exemple : le nombril chez l'homme, ou le centre de la sphère pour la terre, le plus souvent le centre de symétrie du système).

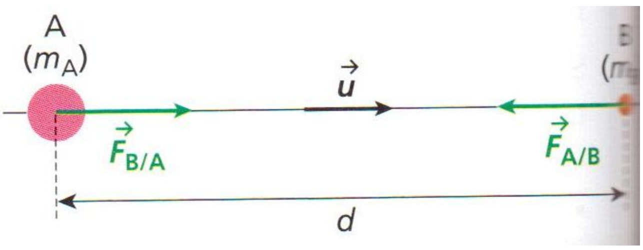
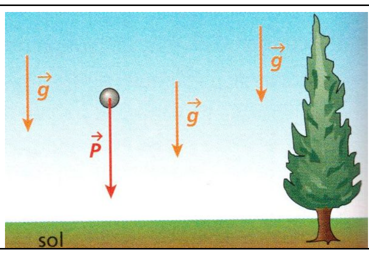
Référentiel Galiléen : c'est un référentiel dans lequel les lois de Newton sont vérifiées.

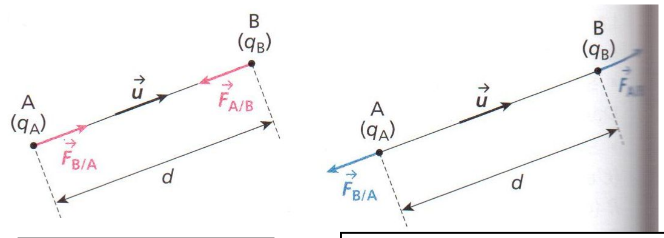
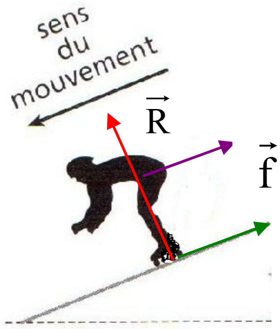
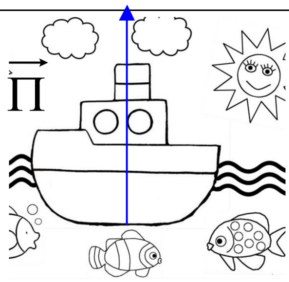


Cas du **référentiel héliocentrique** : son repère associé a pour origine le centre du soleil et les trois axes pointent vers trois étoiles fixes.
Si on considère que ce **référentiel** est **Galiléen** alors tout référentiel dont le repère associé est **obtenu par translation** par rapport à celui du référentiel héliocentrique **est** lui aussi **Galiléen**.
Ainsi, le **référentiel géocentrique** dont le repère a pour origine le centre de la Terre est Galiléen.
De même, le **référentiel terrestre** dont le repère associé a pour origine un point de la surface de la Terre est Galiléen.

2) Forces connues

Une force modélise une action exercée sur un système. Elle est représentée par un vecteur caractérisé par sa direction (droite d'action), son sens (bout de la flèche) et sa valeur ou norme (longueur du vecteur).

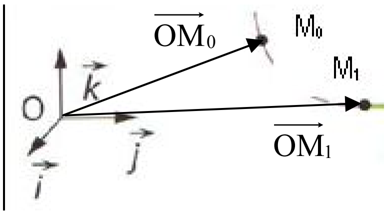
La force gravitationnelle  	Toujours attractive $\vec{F}_{A/B} = -\dfrac{G.m_A.m_B}{d^2}.\vec{u}$ m_A et m_B, masse respective de A et de B en kg d, distance entre A et B en m $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ $\vec{u}$ vecteur unitaire orienté de A vers B
Poids d'un corps notée $\vec{P}$  	Le poids d'un objet de masse m est la force gravitationnelle qu'il subit de la part de la terre $\vec{P} = m.\vec{g}$ où $\vec{g}$ est le vecteur champ de pesanteur (9,81 m/s² sur Terre). $\vec{P}$ est vertical vers le bas et P= m.g

Force électrique (ou force de coulomb)  q_A opposée à q_B Attraction q_A et q_B de même signe Répulsion	$$\vec{F}_{A/B} = \frac{K.q_A.q_B}{d^2}.\vec{u}$$ q_A et q_B, charges respectives de A et de B, en C d, distance entre A et B, en m. $K = 9{,}0.10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$ $\vec{u}$ vecteur unitaire orienté de A vers B <u>Autre expression plus utilisée pour la **force électrique**</u> $\vec{F} = q.\vec{E}$ où q est la charge de la particule placée dans un champ électrostatique $\vec{E}$.
La réaction du support, notée $\vec{R}$ est une force de contact exercée par un solide sur un système. La force de frottement, notée $\vec{f}$.  	La réaction est normale (perpendiculaire au support) notée $\vec{R}$ et vers le haut. La force de frottements est tangente au support (le long de la ligne de plus grande pente) notée $\vec{f}$ et opposée au mouvement. S'il s'agit de frottements solides (en vert), s'il s'agit de frottements fluides dus à l'air par exemple (en violet).
Poussée d'Archimède notée parfois $\vec{\Pi}$  	$\vec{\Pi}$ est verticale, vers le haut, est égale au poids du fluide déplacé soit $m_{fluide}.g = \rho_{fluide}.V.g$ Avec ρ_{fluide} = masse volumique du fluide V = volume du fluide déplacé g = intensité de pesanteur
Tension du fil noté $\vec{T}$ est une force exercée par un fil inextensible  	Dirigée suivant le fil et orientée du point de d'attache vers l'autre extrémité.

II. Eléments de cinématique du point

1) Le vecteur Position

Dans un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, lié au référentiel d'étude, un point matériel M est en mouvement dans ce référentiel et sa position à chaque instant est le vecteur position : $\boxed{\overrightarrow{OM} = x_M\,\vec{i} + y_M\,\vec{j} + z_M\,\vec{k}}$



$\overrightarrow{OM_0}$ à la date t_0 est différent de $\overrightarrow{OM_1}$ à la date t_1. Il faut alors comprendre que les coordonnées, x_M, y_M et z_M sont des fonctions du temps et non pas de simples variables.

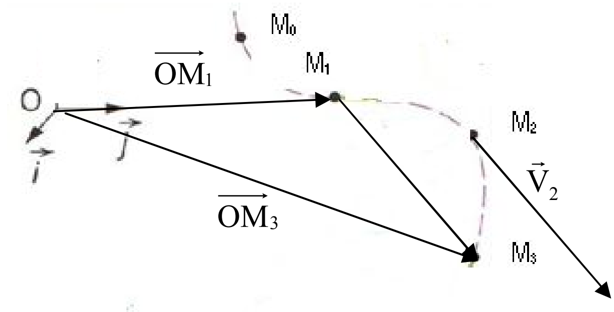
Remarque : L'ensemble des points M constitue la trajectoire.

2) Le vecteur vitesse

Le point M occupe au cours du temps les différentes positions M_0, M_1, M_2, M_3… L'intervalle de temps entre les points est Δt est il est suffisamment petit pour que l'on puisse écrire que la vitesse instantanée est la limite de la variation de position entre deux points successif est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur position ainsi en M_2 par exemple :

$$\overrightarrow{v(t_2)} = \overrightarrow{v_2} = \frac{\Delta \overrightarrow{OM_2}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_t = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



Rappelons que : $\overrightarrow{M_1M_3} = \overrightarrow{OM_3} - \overrightarrow{OM_1} = \Delta\overrightarrow{OM_2}$

En se limitant au plan on a : $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

Et en dérivant, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\vec{v}(t) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_t = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d(x.\vec{i} + y.\vec{j})}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\right).\vec{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right).\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j}}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse :
- origine : le point dont on veut la vitesse.
- direction : tangente à la trajectoire.
- sens : celui du mouvement.
- norme : $\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$

Remarque : v_x et v_y sont des fonctions du temps.

Définition : ***Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse au point M est défini par la dérivée par rapport au temps du vecteur position en ce point M.***

3) Le vecteur accélération

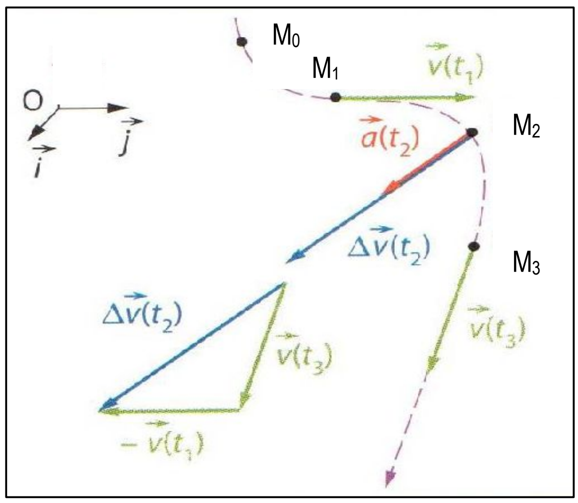
De la même manière, le vecteur vitesse étant modifié à chaque instant, il est découle un vecteur accélération, qui est défini par un raisonnement analogue au précédent :

$$\overrightarrow{a_2} = \frac{\overrightarrow{v_3} - \overrightarrow{v_1}}{t_3 - t_1} = \frac{\Delta \overrightarrow{v_2}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_t$$

$$\vec{a}(t) = \left(\frac{d(v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j})}{dt}\right)_t = \left(\frac{dv_x}{dt}\right).\vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dt}\right).\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j}}$$



Caractéristiques du vecteur accélération :
- origine : le point dont on veut l'accélération.
- direction : à construire.
- sens : déduit de la construction.
- norme : $\boxed{a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}}$ a est en m/s²

Remarque : a_x et a_y sont des fonctions du temps.

Définition : ***Dans un référentiel galiléen, le vecteur accélération au point M est défini par la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse en ce point M.***

4) Le vecteur quantité de mouvement

Il est définit comme le produit entre la masse du système et sa vitesse, il se note $\vec{p}$.

$$\boxed{\vec{p} = m \times \vec{v}}$$

m est en kg, v est en m/s donc p est en $kg.m.s^{-1}$.

III. Lois de Newton

1) Première loi de Newton ou principe d'inertie

Cette loi est connue depuis la classe de seconde :

Dans un référentiel galiléen, si la somme des forces exercées sur un système est égale au vecteur nul, le système est dit pseudo-isolé et son centre d'inertie est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = \vec{0} \text{ alors } \vec{v}_G = \vec{C}te}$$

La réciproque est vraie.

2) Deuxième loi de Newton ou Théorème du centre d'inertie

Cette loi s'applique quand le système n'est plus pseudo-isolé, alors la vitesse n'est plus un vecteur constant.

Dans un référentiel galiléen la somme des forces exercées sur un système est égale à la dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps.

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Dans le cas où la masse est une constante, la deuxième loi de Newton devient : la somme des forces exercées sur un système est égale au produit de sa masse par son accélération.

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \times \vec{v})}{dt} = m \times \frac{d\vec{v}}{dt} = m \times \vec{a} \quad \text{donc} \quad \boxed{\Sigma\vec{F} = m \times \vec{a}}$$

Remarque : la première loi de Newton n'est qu'un cas particulier de la deuxième, en effet si la somme des forces est un vecteur nul, comme la masse ne peut pas être nulle c'est le vecteur accélération qui l'est et si l'accélération est nulle cela implique qu'il n'y a pas de variation du vecteur vitesse autrement dit que la vecteur vitesse est un vecteur constant.

$$\Sigma\vec{F} = m \times \vec{a} \quad \text{si} \quad \Sigma\vec{F} = \vec{0} \quad \text{alors} \quad \vec{a} = \vec{0} \quad \text{et donc} \quad \vec{v}_G = \vec{C}te$$

3) Troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques

Quand deux objets sont en interaction, les forces exercées par l'un et l'autre sont opposées mais de même direction et de même valeur.

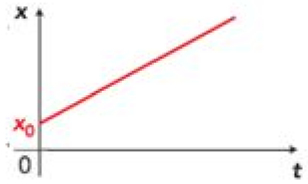
Exemple : Interaction gravitationnelle paragraphe I.2. première case.

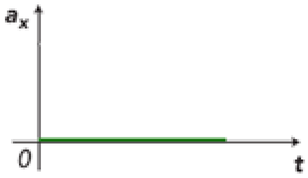
IV. Mouvement à connaître

1) Mouvement rectiligne et uniforme

A intervalle de temps régulier, les points sont équidistants.

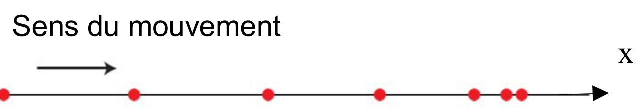
Représentations graphiques et équations horaires de x, v_x et a_x :



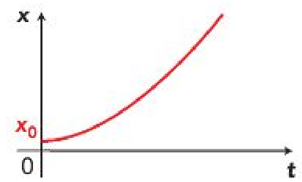


$x(t) = a.t + x_0$ $\qquad v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = a = cte$ $\qquad a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt} = 0$

2) Mouvement rectiligne accéléré ou décéléré



Représentations graphiques et équations horaires de x, v_x et a_x : (dans le cas du mouvement accéléré)

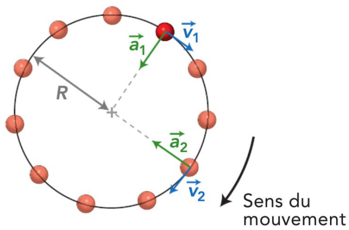


$x(t) = \frac{1}{2}\, a.t^2 + v_{x0}.t + x_0$ $\qquad v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = a.t + v_{x0}$ $\qquad a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt} = a = cte$

3) Mouvement circulaire uniforme

Les points forment un cercle et ils sont équidistants.
La vitesse garde le même sens et la même valeur et sa direction suit le cercle, elle est tangente à la trajectoire.
L'accélération est normale au cercle, centripète et sa valeur est constante :

$$a = \frac{v^2}{R}$$



4) Mouvement circulaire accéléré ou décéléré

La vitesse reste tangente et dans le sens du mouvement, sa valeur change à chaque instant.

L'accélération ne garde plus la même valeur, sa direction et son sens découlent d'une construction géométrique.

Dans le repère de Frénet :
a_N est la composante normale
a_T est la composante tangentielle.